

3 ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

ตัวหารร่วม (*Common Divisor*) คือ ตัวประกอบที่หาร A และ B ลงตัว
เมื่อ A, B เป็นจำนวนเต็มบวก

3.1 ห.ร.ม. (ตัวหารร่วมมาก) : *Great Common Divisor (GCD)*

ห.ร.ม. คือ จำนวนเต็มที่มากที่สุดที่สามารถนำไปหารจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป
พร้อมกันได้ลงตัวทั้งหมด หรือเป็นตัวหารร่วมที่มากที่สุด

ห.ร.ม. ของ A, B สามารถเขียนแทนด้วย (A, B)

$(0, 0)$ = หาค่าไม่ได้

$(A, 0) = |A|$

เช่น $(2, 0) = 2$

$(-2, 0) = 2$



NEED TO KNOW

ถ้า ห.ร.ม. ของ A และ B มีค่าเป็น 1 แสดงว่า A และ B ไม่มีตัวประกอบร่วมกัน
เรียกว่า A และ B เป็น “จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์” (*Relatively Prime*)

เช่น 4 และ 9 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ เพราะ $(4, 9) = 1$

■ วิธีหา ห.ร.ม. มี 4 วิธี

(1) วิธีหาตัวประกอบร่วมที่มากที่สุด

ตัวอย่าง ห.ร.ม. ของ 28 และ 35

ตัวประกอบทั้งหมดของ 28 คือ 1, 2, 4, 7, 14, 28

ตัวประกอบทั้งหมดของ 35 คือ 1, 5, 7, 35

ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุด คือ 7

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 28 และ 35 คือ 7

★ 57. จงหา ห.ร.ม. ของจำนวนต่อไปนี้ โดยการหาตัวประกอบร่วมที่มากที่สุด

57.1) 42 และ 7

57.2) 25, 55 และ 105

(2) วิธีแยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง

ห.ร.ม. ของ 36, 54 และ 81

$$36 = 2 \times 2 \times \boxed{3} \times \boxed{3}$$

$$54 = 2 \times 3 \times \boxed{3} \times \boxed{3}$$

$$81 = 3 \times 3 \times \boxed{3} \times \boxed{3}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36, 54 และ 81 คือ $3 \times 3 = 9$

★ 58. จงหา ห.ร.ม. ของจำนวนต่อไปนี้ โดยวิธีแยกตัวประกอบ

58.1) 150 และ 225

58.2) 39, 78 และ 169



(3) วิธีหารสั้น (นิยมสุด)

ตัวอย่าง

ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 90

$$\begin{array}{r} \textcircled{2}) 24 \quad 36 \quad 90 \\ \textcircled{3}) 12 \quad 18 \quad 45 \\ \hline 4 \quad 6 \quad 15 \end{array}$$

← หยุดหาร เพราะ ไม่มีจำนวนเฉพาะที่หาร
ทั้งสามจำนวนลงตัวพร้อมกัน

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 90 คือ $2 \times 3 = 6$

★ 59. จงหา ห.ร.ม. ของจำนวนต่อไปนี้ โดยวิธีหารสั้น

59.1) 24, 30 และ 54

59.2) 45, 135 และ 270

3.2 ค.ร.น. (ตัวคูณร่วมน้อย) : *Least Common Multiple (LCM)*

ค.ร.น. ของ A และ B คือ จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย A และ B ลงตัว
 เขียนแทนด้วย $[A, B]$

$[0, 0]$ = หาค่าไม่ได้

$[A, 0]$ = หาค่าไม่ได้

เช่น $[3, 0]$ = หาค่าไม่ได้

■ วิธีหา ค.ร.น. มี 3 วิธี

(1) พิจารณาพหุคูณ

ตัวอย่าง ค.ร.น. ของ 5, 7 และ 10

พหุคูณของ 5 : 5, 10, 15, 20, ..., 65, **70**, 75, ...

พหุคูณของ 7 : 7, 14, 21, 28, ..., 63, **70**, 77, ..

พหุคูณของ 10 : 10, 20, 30, ..., 60, **70**, 80, ...

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 5, 7 และ 10 คือ 70

★ 70. จงหา ค.ร.น. ของจำนวนต่อไปนี้ โดยพิจารณาพหุคูณ

70.1) 5, 12 และ 30

70.2) 26, 39 และ 52

(2) วิธีแยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 30

$$4 = 2 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 30 คือ $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

★ 71. จงหา ค.ร.น. ของจำนวนต่อไปนี้ โดยวิธีแยกตัวประกอบ

71.1) 14, 22 และ 32

71.2) 16, 24 และ 36

(3) วิธีหารสั้น (นิยมที่สุด)

ตัวอย่าง

ค.ร.น. ของ 12, 16 และ 24

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{2} \overline{) 12 \quad 16 \quad 24} \\
 \textcircled{2} \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\
 \textcircled{3} \overline{) 3 \quad 4 \quad 6} \\
 \textcircled{2} \overline{) 1 \quad 4 \quad 2} \\
 \underline{\underline{\textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{1}}}
 \end{array}$$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 12, 16 และ 24 คือ $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 48$

★ 72. จงหา ค.ร.น. ของจำนวนต่อไปนี้ โดยวิธีการหารสั้น

72.1) 12 และ 96

72.2) 66, 165 และ 330